فصل دوم

* آنالیز ترکیبی و احتمالات *

با استفاده از مفاهیم تئوری احتمالات می‌توان میزان ریسک نتایج حاصل از بورس بهتر کلک روشهای آماری توصیفی را سنجید تا بتوان

به انجام استنباط‌های در مورد جامعه آماری مورد تحقیق رسید.

- تعاریف :

۱ - آزمایش تصادفی : آزمایشی که تحت شرایط یکسان بتوان آن را تکرار کرد و نتایج آن از قبل مشخص نبود ولی مجموعه نتایج آن قابل تعیین باشد.

۲ - فضای نمونه : مجموعه تمام نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه می‌گویند.

۳ - پیشامد : به هر زیرمجموعه از فضای نمونه یک پیشامد می‌گویند. ۱- پیشامد ساده ۲- پیشامد مرکب ۳- پیشامد حتمی ۴- پیشامد ممکن

۴ - نقطه نمونه : به هر عضو از فضای نمونه، نقطه نمونه می‌گویند.

مثال : دو تاس به رنگ‌های آبی و سبز را با هم پرتاب می‌کنیم. ۱۰ عضو پیشامدهای ذیل را بنویسید

الف) پیشامد A که در آن مجموع اعداد هم تراز ۵ باشد

$A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)\}$

ب) پیشامد B که در آن عدد 3 در یکی از تاس‌ها ظاهر شود

$B = \{(1,3)(2,3)(3,3)(4,3)(5,3)(6,3)(3,1)(3,2)(3,4)(3,5)(3,6)\}$

ج) پیشامد C که در آن عدد 3 روی تاس آبی ظاهر شود.

$C = \{(3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6)\}$

مثال : سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم در صورت شاهد شیر، سکه را مجدد را پرتاب می‌کنیم و اگر در پرتاب اول خط شاهد شد یک را پرتاب می‌کنیم

الف) فضای نمونه را بنویسید

$S = \{HH, HT, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$

ب) اگر A پیشامدی باشد که در آن فقط تاس عددی کمتر 4 ظاهر شود، اعضای پیشامد A را بنویسید

$A = \{T1, T2, T3\}$

Scanned with CamScanner

ب) اعضای پیشامد B را بنویسید، اگر پیشامد B خطا باشد $B = \{\} = \phi$

اعمال روی پیشامدها:

۱- زیرپیشامد: هرگاه وقوع A، وقوع B را ایجاب دهد $A \subset B$

۲- رویداد مساوی: $A = B \longleftrightarrow (A \subset B, B \subset A)$

۳- اجتماع پیشامد: $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

۴- اشتراک پیشامد: $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$

۵- تفاضل پیشامد: $A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$

۶- متمم پیشامد: $A' = \{x | x \in S, x \notin A\}$

۷- پیشامدهای ناسازگار: اگر دو پیشامد A و B نتوانند همزمان رخ دهند به آن دو پیشامد ناسازگار گوئیم.

بعنوان مثال: آمدن اعداد زوج (A) و اعداد فرد (B) $\Leftarrow A \cap B = \phi$

قواعد شمارش (آنالیز ترکیبی):

قضیه ۲.۱. (اصل اساسی شمارش): اگر عمل A را به m طریق و برای هریک از آنها عمل B را به m_2 طریق انجام داد، آنگاه عمل A و B به $m_1 \times m_2$ طریق می‌توان انجام داد.

تعمیم اصل اساسی شمارش: اگر عملی را به m_1 طریق و برای هرکدام از آنها عمل دیگری را به m_2 طریق و بهمین ترتیب برای دو عمل سومی را به m_3 طریق و همینطور الی آخر ... بطور کلی K امین عمل را می‌توان m_K طریق انجام داد. آنگاه این K عمل را به $m_1 \cdot m_2 \cdot \cdots \cdot m_K$ طریق می‌توان انجام داد.

Scanned with CamScanner

مثال: چند عدد سه رقمی از ارقام 9، 7، 6، 5، 3 و 2 می‌توان نوشت بطوریکه:

الف) تکرار ارقام مجاز نباشد

ب) اعداد کوچکتر از 400 باشند

ج) چه تعدادی از اعداد زوج و چه تعدادی فرد هستند

الف) بدون تکرار ارقام: $6 \times 5 \times 4 = 120$ — با تکرار ارقام: $6 \times 6 \times 6 = 216$

ب)

$2 \times 5 \times 4 = 40$

ج) اعداد فرد: $4 \times 5 \times 4 = 80$

اعداد زوج: $4 \times 5 \times 2 = 40$

ترتیب یا جایگشت: تمام ترتیب‌های ممکن دسته‌ای از اشیاء و یا قسمتی از آن را ترتیب یا جایگشت می‌گویند و با r حالت ترتیب

تعداد ترتیب‌های ممکن سه حرف a، b و c را بصورت زیر می‌توان نوشت:

abc، acb، bac، bca، cab، cba

قضیه: اگر n عنصر متمایز را بخواهیم در یک صف در کنار هم قرار دهیم تعداد جایگشت‌های مختلف این عناصر عبارتست از:

$$n(n-1)(n-2)\cdots(2)(1) = n!$$

مثال: به چند طریق 3 مرد و 2 زن می‌توانند در یک صف قرار گیرند اگر:

الف) محدودیتی نداشته باشیم: $5! = 120$

ب) مردها کنار هم و زن‌ها کنار هم قرار گیرند: $3! \times 2! \times 2! = 24$

پ) زن‌ها کنار هم باشند: $4! \times 2! = 48$

Scanned with CamScanner

قضیه: اگر از بین n عنصر متمایز بخواهیم r عنصر را انتخاب کرده و در یک صف قرار دهیم در این صورت:

الف) اگر تکرار عناصر مجاز نباشد آنگاه تعداد راه‌های ممکن برابر است با:

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ب) اگر تکرار عناصر مجاز باشد آنگاه تعداد راه‌های ممکن برابر است با: n^r

مثال: کلمه COMPUTER را در نظر بگیرید:

الف) تعداد کلمات 8 حرفی بدون تکرار حروف که با استفاده از حروف این کلمه می‌توان ساخت $8!$

ب) تعداد کلمات 5 حرفی بدون تکرار حروف که از حروف این کلمه می‌توان ساخت $P_5^8 = \frac{8!}{(8-5)!} =$

ج) تعداد کلمات 5 حرفی با مجاز بودن تکرار حروف که از حروف این کلمه می‌توان ساخت: 8^5

مثال: تعداد جایگشت‌های مختلف حروف کلمه BALL را بدست آورید:

در هر یک از جایگشت‌های $4!$ گانه‌ی 2 حرف L را عوض می‌نماییم تغییری در کلمه ایجاد نمی‌شود لذا $\frac{4!}{2!} = 12$

قضیه: تعداد تبدیل‌های مختلف n شیء که n_1 شیء آن از نوع اول، n_2 شیء آن از نوع دوم، ... n_r شیء آن از نوع r ام باشد برابر است با:

$$\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \ldots n_r!} \Rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_r = n$$

مثال: به چند طریق می‌توان 3 توپ آبی، 4 توپ سبز، 4 توپ قرمز و 2 توپ سفید را در یک ردیف کنار هم قرار داد.

$$n = 13 \Rightarrow n_1 = 3 \quad n_2 = 4 \quad n_3 = 4 \quad n_4 = 2$$

$$\binom{13}{3,4,4,2} = \frac{13!}{3!\,4!\,4!\,2!} = 69306 \quad 900900$$

Scanned with CamScanner

قضیه: تعداد طرقی که می‌توان یک مجموعه n عضوی را به r دسته تقسیم نمود، بطوریکه دسته اول n_1 عضو، دسته دوم n_2 عضو، ... و دسته ام r ام n_r عضو قرار گیرد ($\sum_{i=1}^{r} n_i = n$) برابر است با:

$$\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_r!}$$

مثال: به چند طریق می‌توان 7 گل را به سه گلدان خالی داد، به ترتیکه به گلدانها به ترتیب 2، 2 و 3 گل داده شود؟

$n=7 \quad n_1=2 \quad n_2=2 \quad n_3=3$

$$\binom{7}{2,2,3} = \frac{7!}{2!2!3!} = 210$$

قضیه: فرض کنید n شئی متمایز داریم. انتخاب r شئی از n شئی بدون در نظر گرفتن ترتیب را ترکیب r شئی از n شئی گویند و با نماد $C_{n,r}$ یا $\binom{n}{r}$ نشان می‌دهیم.

و بر اساس این رابطه بدست می‌آید $C_{n,r} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

گر تکرار عنصر مجاز نباشد

گر تکرار عنصر مجاز باشد، تعداد راه‌های ممکن برابر است با $\binom{n+r-1}{r}$

مثال: به چند طریق می‌توان از بین 5 پزشک، 8 پرستار، یک الیک پزشکی 3 نفره انتخاب کرد، بطوریکه شامل:

الف) حداقل 2 پزشک باشد ب) 2 پرستار باشد ج) حداکثر 2 پزشک باشد

الف) $\binom{5}{2}\binom{8}{1} + \binom{5}{3}\binom{8}{0} = \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{5!}{3! \times 2!} = 90$

ب) $\binom{8}{2}\binom{5}{1} = \frac{8!}{2! \times 6!} + \frac{5!}{1! \times 4!} = 140$

ج) $\binom{8}{3}\binom{5}{0} + \binom{8}{2}\binom{5}{1} + \binom{8}{1}\binom{5}{2} \quad \text{یا} \quad \binom{13}{3} - \binom{5}{3} = \frac{13!}{3! \times 10!} - \frac{5!}{3! \times 2!} = 276$

اگر n شئی مورد نظر نامتمایز باشند تعداد جایگشت‌های r شئی از n شئی نامتمایز برابر است با: (تعداد طرق تقسیم n شئی نامتمایز بین r نفر)

$$\binom{n+r-1}{r-1}$$

و اگر بخواهیم به هر نفر حداقل یک شئی برسد $\binom{n-1}{r-1}$

تعداد طرق تقسیم n شئی متمایز در r محل برابر است با: $P^n_{n+r-1} = \frac{(n+r-1)!}{(r-1)!}$

Scanned with CamScanner

مثال: ۹ خرده را به ۳ خریدار می‌توان به چند طریق به طور مساوی تقسیم کرد؟

$$\binom{9+3-1}{3-1} = \binom{11}{2} = \frac{11!}{2! \times 9!} = \frac{11 \times 10 \times 9!}{2 \times 9!} = 55$$

احتمالات:

احتمال وقوع پیشامد A را با نماد $P(A)$ یا $P_r(A)$ نشان می‌دهند

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب پیشامد } A}{\text{تعداد حالات ممکن فضای نمونه } S}$$

مجموعه‌ی تمام نقاط موجود در پیشامد A را احتمال پیشامد A می‌نامند =

$P(\phi) = 0$ ، $P(S) = 1$ ، $0 \leq P(A) \leq 1$

احتمال یک پیشامد غیرممکن برابر صفر است ، احتمال یک پیشامد حتمی برابر ۱ است

پیشامدهای ناسازگار:

$$P(A \cap B) = 0$$

پیشامدهای هم‌تراز یا هم‌شانس

$$P_r(A_1) = P_r(A_2) = \dots = P_r(A_n)$$

پیشامدهای فرسا: اگر پیشامدهای $A_1, A_2, \dots$ تا A_n همه نتایج ممکن را در برگیرند در این صورت این پیشامدها را فرسا می‌گویند.

مثال در پرتاب یک تاس $n = 6 \leftarrow A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ ۶ پیشامد ناسازگار، فرسا و هم‌تراز هستند.

مثال: از کیسه‌ای شامل ۸ مهره سفید، ۴ مهره قرمز، ۳ مهره‌ی آن را دلخواه و بدون جایگذاری بیرون کشیده می‌شود

الف) احتمال بیرون آوردن مهره‌های قرمز در دو انتخاب اول و مهره سفید در انتخاب سوم چقدر است؟

ب) احتمال بیرون آوردن ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید را محاسبه نمایید

ج) احتمال ۲ مهره همرنگ چقدر است

در صورت انتخاب ۲ مهره، $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

الف) $n(S) = P_3^{12} = 1320 \Rightarrow P(A) = \frac{96}{1320}$ ، $n(A) = P_2^4 \times P_1^8 = 96$

ب) $n(S) = \binom{12}{3} = 220 \Rightarrow P(B) = \frac{48}{220}$ ، $n(B) = \binom{4}{2}\binom{8}{1} = 48$

ج) $n(S) = \binom{12}{2} = 66 \Rightarrow P(C) = \frac{34}{66}$ ، $n(C) = \binom{4}{2} + \binom{8}{2} = 34$

Scanned with CamScanner

قانون جمع پیشامدها:

- هرگاه A و B دو پیشامد سازگار از فضای نمونه S باشند:

$$P_r(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- هرگاه A و B دو پیشامد ناسازگار از فضای نمونه S باشند:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- هرگاه A، B و C سه پیشامد سازگار از فضای نمونه باشند:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C)$$

قانون جمع برای K پیشامد دلخواه:

$$P(A_1 \cup A_2 \cdots \cup A_K) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_K)$$

مثال: در دو بار پرتاب یک تاس احتمال اینکه نتیجه پرتاب دوم دو برابر نتیجه پرتاب اول یا نتایج دو پرتاب مضربی از 3 باشد چقدر است؟

A: {(1,2)، (2,4)، (3,6)} ⇒ $P(A) = 3/36$

$A \cap B = \{(3,6)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 1/36$

B: {(3,3)(3,6)(6,3)(6,6)} ⇒ $P(B) = 4/36$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 3/36 + 4/36 - 1/36 = 1/36$$

مثال: از کیسه ای شامل یک مهره سفید، 4 مهره سیاه، 3 مهره نطیر تصادفی خارج می کنیم، چقدر احتمال دارد مهره ها هم رنگ باشند؟

پاسخ: دو پیشامد A و B ناسازگار باشند: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{5!/3!\times 2!}{9!/3!\times 6!} = \frac{10}{84}$$

(تعداد حالت‌های سه مهره هم رنگ) ⇒ $P(\text{سه مهره هم رنگ}) = P(A) = 14/84$

$$P(B) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4!/3!\times 1!}{9!/3!\times 6!} = \frac{4}{84}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 14/84 = 70/84$$

Scanned with CamScanner

احتمال شرطی:

وقتی دو پیشامد A و B با هم در ارتباط باشند، وقوع یا عدم وقوع یک پیشامد بر وقوع یا عدم وقوع پیشامد دیگر تاثیرگذار است.

در این صورت: احتمال رخ دادن پیشامد B به شرط آنکه پیشامد A حتما رخ داده باشد را احتمال شرطی می‌گوییم و

با نماد $P(B/A)$ نشان می‌دهند: $P(A) \neq 0$ $\quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

و احتمال وقوع پیشامد A به شرط آنکه پیشامد B قبلا رخ داده باشد را به این نماد نشان می‌دهند:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

مثال: دو تاس پرتاب شده است، در صورتی که بدانیم مجموع اعداد ظاهر شده برابر 6 است، مطلوبست محاسبه احتمال اینکه یکی از تاس‌ها 4 باشد.

$\bar{A}$ $\qquad$ B

عدد 2 را نشان دهد:

$A = \{(1,5)(5,1)(2,4)(4,2)(3,3)\} \Rightarrow P(A) = 5/6$

$B = \{(1,2)(2,2)(3,2)(4,2)(5,2)(6,2)(2,1)(2,3)(2,4)(2,5)(2,6)\} \Rightarrow P(B) = 11/36$

$P(A \cap B) = \{(2,4)(4,2)\} = 2/36$ $\quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2/36}{5/36} = 2/5$

مثال (شماره ۲۵) ص ۱۱۱ کتاب: از دانشجویان سال اول دانشکده ای، 25٪ در درس ریاضی، 15٪ در درس فیزیک و 10٪ در هر دو درس ریاضی و فیزیک مردود شده اند. دانشجویی را به تصادف انتخاب می‌کنیم، مطلوبست محاسبه احتمال اینکه:

الف) او در درس فیزیک مردود شده باشد از درس ریاضی نیز مردود شده باشد.

ریاضی: $P(A) = 0.25$

فیزیک: $P(B) = 0.15$

ب) او از درس ریاضی مردود شده است از درس فیزیک نیز مردود شده باشد.

ج) از درس ریاضی با فیزیک مردود شده باشد:

$P(A \cap B) = 0.1$

الف) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.15} = 2/3$

ب) $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.1}{0.25} = 2/5$

ج) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.25 + 0.15 - 0.1$

$= 0.3$

Scanned with CamScanner

- قانون ضرب احتمالات : اگر وقوع پیشامدی A و B بطور همزمان امکان پذیر باشد آنگاه :

$$P(A \cap B) = P(B/A).P(A)$$

تعمیم قانون ضرب احتمالات :

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) = P(A_1).P(A_2/A_1).\dots.P(A_k / A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{k-1})$$

مثال : جعبه ای شامل 3 مهره سفید، 4 مهره سیاه و 2 مهره قرمز است. فرض کنید سه مهره یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری از جعبه خارج کنیم. مطلوبست : احتمال اینکه مهره اول قرمز، دومی سفید و سومی قرمز باشد؟

$$P(R_1 \cap W_2 \cap R_3) = P(R_1).P(W_2/R_1).P(R_3/R_1 \cap W_2)$$

$$= 2/9 \times 3/8 \times 1/7 = 1/84$$

- دو پیشامد A و B را مستقل گویند اگر

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

از آنجا نتیجه می شود که

$$P(B/A) = P(B) \qquad P(A/B) = P(A)$$

مثال : در دستگاهی سه جزء مستقل A، B و C بکار گذاشته شده است. دستگاه وقتی معیوب است که حداقل یکی از سه جزء معیوب باشد

احتمال اینکه جزء A معیوب باشد 0.01، احتمال اینکه اجزاء B و C معیوب باشند به ترتیب 0.02 و 0.03 باشد

اگر A، B و C معیوب بودن، 'A، 'B، 'C سالم بودن یک جزء را نشان دهد:

الف) احتمال اینکه دستگاه معیوب باشد چقدر است؟ ب) احتمال اینکه دستگاه فقط به خاطر جزء C از کار افتاده باشد چقدر است؟

$P(A) = 0.01 \rightarrow P(A') = 0.99$

$P(B) = 0.02 \qquad P(B') = 0.98$

$P(C) = 0.1 \qquad P(C') = 0.90$

الف) P_r(معیوب بودن) = 1 - P_r(سالم بودن دستگاه)

$= 1 - P(A' \cap B' \cap C')$

$= 1 - [P(A') \times P(B') \times P(C')]$

$= 1 - (0.99 \times 0.98 \times 0.90)$

$= 0.82682$

ب) $P_r(A' \cap B \cap C) =$

$= (0.99 \times 0.98 \times 0.1)$

$= 0.09702$

Scanned with CamScanner

قانون ضرب :

فرض کنید مجموعه $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ یک افراز از فضای نمونه S باشد و پیشامد C زیرمجموعه‌ای از فضای نمونه

S باشد : در این صورت احتمال وقوع پیشامد C براساس رابطه زیر محاسبه می‌گردد :

$$P(C) = P(B_1) \cdot P(C/B_1) + P(B_2) \cdot P(C/B_2) + \dots + P(B_n) \cdot P(C/B_n)$$

قضیه بیز : با صدق داشتن فرضیات فوق الذکر احتمال انتخاب K‌امین پیشامد از فضای نمونه (B_K)

به شرط آنکه پیشامد C اتفاق افتاده باشد براساس رابطه ذیل بدست می‌آید :

$$P(B_K/C) = \frac{P(B_K) \cdot P(C/B_K)}{P(B_1) \cdot P(C/B_1) + P(B_2) \cdot P(C/B_2) + \dots + P(B_n) \cdot P(C/B_n)}$$

مثال : کنترل توسعه مشاوره‌ای ماشینی که مورد نیازش را از سه آزمایشگاه با احتمال‌های ۰/۲۰ از D، ۰/۲۰ از E و ۰/۶۰ از F خریداری می‌کند. اگر ۱۰٪ ماشین‌های آزمایشگاه D، ۱۲٪ ماشین‌های آزمایشگاه E و ۴٪ از ماشین‌های آزمایشگاه F لاستیک خراب داشته باشند، مطلوبست :

الف - احتمال اینکه توسعه یک ماشین با لاستیک خراب خریداری کرده باشد را بیابید!

ب - اگر ماشین خریداری شده توسعه توسعه دارای لاستیک خراب باشد احتمال آنکه از آزمایشگاه F خریداری شده باشد را بیابید؟

B_i = پیشامد اینکه توسعه از آزمایشگاه نوع i ام ماشین را خریده باشد $\quad i = D, E, F$

A = پیشامد اینکه ماشین آزمایشگاه نوع i ام لاستیک خراب داشته باشد

الف)

$$P(A) = P(B_D) \cdot P(A/B_D) + P(B_E) \cdot P(A/B_E) + P(B_F) \cdot P(A/B_F)$$

$$P(A) = 0.2 \times 0.1 + 0.2 \times 0.12 + 0.6 \times 0.04 = 0.068$$

ب)

$$P(B_F/A) = \frac{P(B_F) \cdot P(A/B_F)}{P(A)} = \frac{0.6 \times 0.04}{0.068} = \frac{6}{17}$$

Scanned with CamScanner

مثال: فروشگاهی 100 دستگاه کامپیوتر از چهار عرضه کننده A، B، C و D خریداری کرده است. تعداد دستگاه‌های سالم و معیوب هر عرضه کننده در جدول زیر آمده است:

	D	C	B	A	
85	29	19	16	21	سالم
15/100	6	4	3	2	معیوب

الف) اگر یک دستگاه به تصادف از میان کامپیوترها انتخاب شود احتمال اینکه این دستگاه معیوب باشد را بیابید؟

ب) احتمال اینکه دستگاه معیوبی که به تصادف انتخاب شده است متعلق به عرضه کننده A باشد را بیابید؟

ج) احتمال اینکه دستگاه انتخاب شده یا سالم باشد یا متعلق به عرضه کننده A نباشد را بیابید؟

B_i = پیشامد خرید کامپیوتر از عرضه کننده iام $\quad i = A, B, C, D$

E = پیشامد اینکه کامپیوتر خریداری شده معیوب باشد

الف)
$$P(E) = P(B_A)\cdot P(E/B_A) + P(B_B)\cdot P(E/B_B) + P(B_C)\cdot P(E/B_C) + P(B_D)\cdot P(E/B_D)$$
$$= \frac{23}{100}\cdot\frac{2}{23} + \frac{19}{100}\cdot\frac{3}{19} + \frac{23}{100}\cdot\frac{4}{23} + \frac{35}{100}\cdot\frac{6}{35}$$
$$= 0.15$$

ب)
$$P(B_A/E) = \frac{P(B_A)\cdot P(E/B_A)}{P(E)} = \frac{\frac{23}{100}\cdot\frac{2}{23}}{0.15} = \frac{2}{15}$$

ج)
$$P(E' \cup B'_A) = P(E') + P(B'_A) - P(E' \cap B'_A) = \frac{85}{100} + \frac{77}{100} - \frac{64}{100}$$
$$= \frac{98}{100} = 0.98$$

روش دوم: $P(E \cap B_A)' = 1 - P(E \cap B_A) = 1 - P(B_A)\cdot P(E/B_A)$
$$1 - \left(\frac{23}{100}\cdot\frac{2}{23}\right) = 1 - 0.02 = 0.98$$

مثال: دو جعبه داریم که جعبه اول شامل 2 مهره سفید و 3 مهره قرمز است و جعبه دوم شامل 3 مهره سفید و 4 مهره قرمز است.

از جعبه اول یک مهره چشم بسته انتخاب کرده و به داخل جعبه دوم می‌اندازیم و سپس از جعبه دوم به تصادف یک مهره خارج می‌کنیم،

مطلوبست: الف) احتمال اینکه مهره خارج شده از جعبه دوم سفید باشد

ب) اگر مهره خارج شده از جعبه دوم قرمز باشد، احتمال اینکه مهره خارج شده از جعبه اول سفید بوده باشد را بیابید

الف)
$$P(W_2) = P(W_1)\cdot P(W_2/W_1) + P(R_1)\cdot P(W_2/R_1)$$
$$= \frac{2}{5}\times\frac{4}{8} + \frac{3}{5}\times\frac{3}{8} = 17/40$$

ب)
$$P(W_1/R_2) = \frac{P(W_1)\cdot P(R_2/W_1)}{P(W_1)\cdot P(R_2/W_1) + P(R_1)\cdot P(R_2/R_1)} = \frac{\frac{2}{5}\times\frac{4}{8}}{\frac{2}{5}\times\frac{4}{8} + \frac{3}{5}\times\frac{5}{8}} = \frac{8}{23}$$

Scanned with CamScanner